

ANALISIS RANGKAIAN LISTRIK DENGAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR MENGGUNAKAN DEKOMPOSISI LU

Abdul Rahman¹, Fitri Juliani²

^{1,2} Program Studi Mekatronika, Universitas Lancang Kuning

¹ abdulrahman@unilak.ac.id

ABSTRACT

The system of linear equations is a topic found in the field of mathematics, which is a branch of algebra. This topic can be implemented in various fields, one of which is in the electrical domain, specifically in electrical circuits. The system of linear equations in electrical circuits is used to analyze the relationships between current and voltage in complex circuits. By applying Kirchhoff's laws, we can formulate equations that represent each element in the circuit. The resulting system of linear equations is then solved using the LU decomposition method. LU decomposition is a technique used to solve systems of linear equations by breaking down the matrix into two components: a lower triangular matrix (L) and an upper triangular matrix (U). The method used to decompose the matrix is the Doolittle method. This article employs matlab as a tool to assist in solving the system of linear equations. Through matlab, this process is automated, enabling quick and accurate analysis of various circuit configurations, such as the obtained results in the discussion $I_1 = 11.4286$, $I_2 = 9.2857$ and $I_3 = 2.142$, which represent the current values flowing through each component.

Keywords: system of linear equations; electric circuits; kirchhoff's law; lu decomposition.

ABSTRAK

Sistem persamaan linear merupakan salah satu materi yang terdapat dalam ilmu matematika yang merupakan cabang dari aljabar. Materi ini dapat diimplementasikan diberbagai bidang. Salah satunya pada bidang elektro, yaitu rangkaian listrik. Sistem Persamaan Linear pada rangkaian listrik digunakan untuk menganalisis hubungan antara arus dan tegangan dalam rangkaian yang kompleks. Dengan menerapkan hukum Kirchhoff, dapat menyusun persamaan yang merepresentasikan setiap elemen dalam rangkaian. Lalu sistem persamaan linear yang didapatkan diselesaikan dengan metode dekomposisi lu. Dekomposisi lu adalah teknik yang digunakan untuk memecahkan sistem persamaan linear dengan memecah matriks menjadi dua komponen yaitu matriks segitiga bawah (L) dan matriks segitiga atas (U). Metode yang digunakan untuk memecah matriks tersebut adalah metode doolittle. Pada artikel ini menggunakan program Matlab sebagai alat bantu untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Melalui matlab, proses ini diotomatisasi, memungkinkan analisis yang cepat dan akurat terhadap berbagai konfigurasi rangkaian seperti hasil yang diperoleh dalam pembahasan yaitu $I_1 = 11.4286$, $I_2 = 9.2857$ dan $I_3 = 2.1429$ yang merupakan nilai arus listrik yang mengalir melalui setiap komponen.

Kata Kunci: Sistem persamaan linear; rangkaian listrik; hukum kirchhoff; dekomposisi lu.

PENDAHULUAN

Sistem persamaan linier adalah suatu system yang terdiri dari sejumlah persamaan liner. Tujuan dari menyelesaikan sistem persamaan linear yaitu untuk mendapatkan nilai-nilai variabel yang memenuhi semua persamaan linier yang diberikan. Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan system

persamaan linear yaitu substitusi, eliminasi gauss-jordan, dekomposisi lu dan lain-lain.

Sistem persamaan linear merupakan model matematika yang dapat dijumpai di berbagai disiplin [1-6]. Sistem-sistem persamaan linear dapat dijumpai dari persoalan-persoalan nyata dan juga merupakan bagian dari proses penyelesaian persoalan-persoalan lain.

Rangkaian listrik merupakan ilmu disiplin yang dapat menerapkan system persamaan linier. Rangkaian listrik pada prinsipnya menggunakan hukum kirchoff [7]. Apabila suatu rangkaian listrik terdapat satu loop artinya dalam rangkaian tersebut memiliki satu persamaan dan apabila terdapat banyak loop artinya memiliki banyak persamaan. Banyaknya persamaan tersebut disebut system persamaan linier.

Untuk menyelesaikan system persamaan linier ada beberapa metode yang dapat digunakan salah satunya yaitu dengan dekomposisi lu. Dekomposisi lu dapat digunakan dalam menganalisis sebuah persoalan [8, 9].

Dalam sistem persamaan linear dengan dua atau tiga persamaan mungkin sangat mudah dikerjakan namun apabila system persamaan linier memiliki n variabel, ini perlu membutuhkan waktu yang lama dan kesalahan yang terjadipun semakin besar. Oleh karena itu untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dalam rangkaian listrik pada artikel ini digunakan metode dekomposisi LU dengan bantuan software Matlab R2019b. Ternyata waktu yang dibutuhkan lebih singkat dan hasilnya lebih akurat.

METODE

Pada penelitian ini menggunakan jenis penelitian kuantitatif dengan metode penelitian eksperimen pada sebuah contoh kasus untuk permasalahan rangkaian listrik yang akan diselesaikan dengan metode Dekomposisi LU.

Untuk mengubah rangkaian listrik menjadi sistem persamaan linear digunakan hukum kirchof.

1. Sistem Persamaan Linear

Sistem linear dari m persamaan dalam n yang tidak diketahui $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah sekumpulan persamaan dengan bentuk [10, p. 272]

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

Sistem (1) disebut linear karena setiap variabel x_k hanya mempunyai pangkat satu. $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$ adalah koefisien dari system. $b_1, b_2, \dots, b_m$ adalah konstanta yang terletak diruas kanan. Persamamn (1) dalam bentuk matriks dapat ditulis

$$Ax = b \quad (2)$$

dengan $\mathbf{A} = [a_{jk}]$ adalah matriks koefisien $m \times n$ yang diberikan, $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ dan $\mathbf{b}^T = [b_1, b_2, \dots, b_m]$.

2. Dekomposisi LU

Salah satu metode dalam menyelesaikan system persamaan linear dari n persamaan yaitu dengan metode dekomposisi LU. Metode ini yaitu memfaktorkan matriks A menjadi matriks segitiga bawah (L) dan matriks segitiga atas (U), dengan A matriks berukuran $n \times n$ sehingga bentuk matriks

$$A = LU$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

Di dalam buku howard [11, p. 492] dijelaskan langkah-langkah dalam menyelesaikan system persamaan linear dengan menggunakan metode Dekomposisi LU sebagai berikut:

- i. Mengubah (2) menjadi

$$LU\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (3)$$

- ii. Misalkan $\mathbf{y}$ adalah matiks berukuran $n \times 1$ sehingga

$$U\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (4)$$

- iii. Gunakan persamaan (4) untuk menulis ulang (3) diperoleh $L\mathbf{y} = \mathbf{b}$. Kemudian selesaikan system persamaan diperoleh nilai $\mathbf{y}$.
- iv. Subtitusikan $\mathbf{y}$ ke (4) kemudian selesaikan system persmaan diperoleh nilai $\mathbf{x}$.

Adapun cara untuk memfaktorkan matriks $\mathbf{A}$ menjadi menjadi matriks segitiga bawah ($\mathbf{L} = [m_{jk}]$) dan matriks segitiga atas ($\mathbf{U} = [u_{jk}]$) digunakan metode doolittle dengan rumus sebagai berikut [erwin,854]:

$$u_{1k} = a_{1k}, \quad k = 1, \dots, n$$

$$m_{j1} = \frac{a_{j1}}{u_{11}}, \quad j = 2, \dots, n$$

$$u_{jk} = a_{jk} - \sum_{s=1}^{j-1} m_{js}u_{sk}, \quad k = j, \dots, n; j \geq 2$$

$$m_{jk} = \frac{1}{u_{kk}} \left(a_{jk} - \sum_{s=1}^{k-1} m_{js}u_{sk} \right), j = k + 1, \dots, n; k \geq 2$$

3. Hukum Kirchoff

Hukum kirchoff merupakan salah satu hukum yang terdapat dalam rangkaian listriik. Hukum ini mengenai hubungan antara arus dan beda potensial. Berikut dua hukum kirchoff [12, pp. 53–54]:

- i. Hukum kirchoff I (*Kirchoff's Current Law (KCL)*)

Hukum kirchoff I menyatakan bahwa di dalam rangkaian listrik, jumlah aljabar semua arus (I) yang bertemu di suatu titik (atau persimpangan) sama dengan nol. Secara sistematis jumlah arus yang masuk persimpangan sama dengan jumlah arus yang keluar persimpangan ($\sum I_{masuk} = \sum I_{keluar}$)

- ii. Hukum Kirchoff II (*Kirchoff's Voltage Law (KVL)*)

Hukum kirchoff II menyatakan bahwa Jumlah aljabar dari perkalian arus (I) dan hambatan (R) di masing-masing konduktor di setiap jalur tertutup dalam jaringan ditambah jumlah aljabar dari gaya gerak listrik (ϵ) di jalur sama dengan nol ($\sum IR + \sum \epsilon = 0$).

Adapun langkah-langkah dalam menyelsaikan persoalan rangkaian listrik dengan metode dekomposisi LU yaitu:

- i. Ubah rangkaian listrik dengan menggunakan hukum kirchoff menjadi sebuah sistem persamaan linear.

- ii. Selesaikan sistem persamaan linear menggunakan dekomposisi lu dan metode Doolittle
- iii. Diperoleh hasil berupa nilai dari arus listrik dari rangkaian listrik.

Pada penelitian ini menggunakan program Matlab 2019b sebagai alat bantu untuk menyelesaikan permasalahan rangkaian listrik. Pseudo-code metode dekomposisi lu dalam menyelesaikan persoalan rangkaian listrik diberikan pada Tabel 1.

Data:

Nilai matriks A

Nilai matriks b

Inisialisasi:

Tetapkan matriks L

Tetapkan matriks U

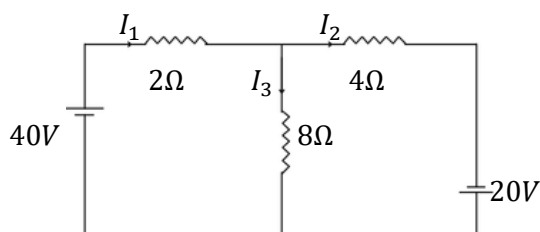
Matriks L dan U diselesaikan dengan metode dekomposisi LU

Solusi dari rangkaian listrik

Tabel 1: Metode Dekomposisi LU dalam Menyelesaikan Pesolan Rangkaian Listrik

HASIL DAN PEMBAHASAN

Terdapat suatu rangkaian listrik seperti pada Gambar 1.



Gambar 1: Rangkaian Listrik

Berdasarkan tabel 1 dan menggunakan hukum kirchoff diperoleh suatu sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$2I_1 + 8I_3 = 40 \quad (5)$$

$$4I_2 - 8I_3 = 20$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan linear (5) dengan metode dekomposisi lu dengan bantuan matlab diperoleh hasil seperti sebagai berikut atau dalam tampilan seperti Gambar 2.

$I_1 = 11.4286$, $I_2 = 9.2857$ dan $I_3 = 2.1429$

```

Nilai x :

x =

    11.4286    9.2857    2.1429
  
```

Gambar 2: Hasil Komputasi Matlab

SIMPULAN

Dalam artikel ini, digunakan metode dekompoisisi lu untuk menyelesaikan sistem persamaan linier, dengan mengubah matriks A menjadi matriks L dan U lalu digunakan metode dekompoisis LU untuk menyelesaikannya. Dalam artikel ini penyelesaiannya dibantu dengan menggunakan software Matlab R2019b. Hasil yang diperoleh mencakup nilai arus listrik yang mengalir melalui setiap komponendan. Implementasi dibidang elektro yaitu dapat menganalisis rangkaian listrik yang lebih kompleks analisis rangkaian dinamis, pemodelan jaringan listrik. Adapun saran penelitian selanjutnya yaitu dapat menyelesaikan persoalan rangkain listrik dengan menggunakan metode lainnya untuk menemukan hasil yang lebih baik lagi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. Piranda, K. Fitradinata, R. F. Nugraha, and N. Zakiah, "Penerapan Sistem Persamaan Linear Dalam Ekonomi," *Al-Aqlu J. Mat. Tek. dan Sains*, vol. 2, no. 1, pp. 24–30, 2024.
- [2] J. Pan *et al.*, "Experimental realization of quantum algorithm for solving linear systems of equations," *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 89, no. 2, pp. 1–5, 2014.
- [3] A. Kurniawan and A. Suparwanto, "Sistem Persamaan Linear Max-Plus Dan Terapannya Pada Sistem Jaringan Kereta Api (Max-Plus Linear Equation System and Its Application on Railway Network System)," *J. Mat. Thales*, vol. 02, no. 01, pp. 63–77, 2020.
- [4] Nurhayati, P. M. Labulan, and Berahman, "Kemampuan Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear Pada Siswa Kelas X," *Primatika J. Pendidik. Mat.*, vol. 11, no. 2, pp. 121–128, 2022.
- [5] R. Nasmirayanti, R. Imani, U. D. Arman, and A. Sari, "Analisa Linier Eliminasi Gauss-Jordan Untuk Analisis Struktur Rangka Batang Segitiga Sederhana," *Rang Tek. J.*, vol. 5, no. 1, pp. 156–159, 2022.
- [6] N. A. Fanani *et al.*, "ISSN 3030-8496 Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam," vol. 1, no. 2, pp. 21–32, 2024.
- [7] D. Anugrah, "Penerapan Hukum Kirchhoff dan Hukum Ohm pada Analisis Rangkaian Listrik Menggunakan Software Electronics Workbench," *J. Syst. Inf. Technol. Electron. Eng.*, vol. 2, no. 2, pp. 1–11, 2022.
- [8] Y. Mahajan, S. Obla, M. K. Namboothiripad, M. J. Datar, N. N. Sharma, and S. B. Patkar, "FPGA-based acceleration of lu decomposition for analog and RF circuit simulation," *Proc. - 33rd Int. Conf. VLSI Des. VLSID 2020 - Held Concurr. with 19th Int. Conf. Embed. Syst.*, pp. 131–136, 2020, doi: 10.1109/VLSID49098.2020.00040.
- [9] L. Razik, L. Schumacher, A. Monti, A. Guironnet, and G. Bureau, "A comparative analysis of LU decomposition methods for power system simulations," *2019 IEEE Milan PowerTech, PowerTech 2019*, no. June, 2019, doi: 10.1109/PTC.2019.8810616.
- [10] E. Kreyszig, H. Kreyszig, and E. J. Norminton, *Advanced Engineering Mathematics*, 10th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.
- [11] H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, 11th ed. Hoboken: John Wiley and Sons, Inc, 2013.
- [12] B. L. Theraja and A. K. Theraja, *Electrical Technology*, 1st ed. New Delhi: S. Chand and Compant LTD, 2005.